

システム数理実習

課題3

40413

諸町大地

平成17年8月4日

問題 3.1

(3) ~ (5) より、

$$x_{i+1}$$

$$= x_i + h(b_1 k_1 + b_2 k_2)$$

$$= x_i + h k_1 + h(b_2 k_2 - (1 - b_1) k_1)$$

$$= x_i + h k_1 + \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{b_2 k_2 - (1 - b_1) k_1}{\frac{1}{2} h} \right)$$

$$= x_i + h k_1 + \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{k_2 - \frac{1 - b_1}{b_2} k_1}{\frac{1}{2 b_2} h} \right)$$

$$= x_i + h k_1 + \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{f(t_i + ch, x_i + h a k_1) - \frac{1 - b_1}{b_2} k_1}{\frac{1}{2 b_2} h} \right)$$

これと (2) を比較すると

$$\frac{df}{dt} = \frac{f(t_i + ch, x_i + h a k_1) - \frac{1 - b_1}{b_2} k_1}{\frac{1}{2 b_2} h}$$

$$\frac{f(t_i + d, x_i + d k_1) - k_1}{d} = \frac{f(t_i + ch, x_i + h a k_1) - \frac{1 - b_1}{b_2} k_1}{\frac{1}{2 b_2} h}$$

$$\text{よって } d = \frac{h}{2 b_2} \cdots 1$$

$$d = ch \cdots 2$$

$$d = ha \cdots 3$$

$$1 = 1 - b_1/b_2 \cdots 4$$

$$1 \cdot 2 \text{ より}$$

$$cb_2 = \frac{1}{2}$$

$$1 \cdot 3 \text{ より}$$

$$cb_2 = \frac{1}{2}$$

$$4 \text{ より}$$

$$1 = \frac{1 - b_1}{b_2}$$

$$b_1 + b_2 = 1$$

プログラム

- 3-2.cpp
- 3-2.h
- vector.cpp
- vector.h
- 3-2.exe

実行結果

- 3-2-1.txt($h=1$)
- 3-2-2.txt($h=0.1$)
- 3-2-3.txt($h=0.01$)

積分結果

x

x の積分結果を図 1 ~ 3 に示す

v

v の積分結果を図 4 ~ 6 に示す

誤差

誤差を図 7 ~ 10 に示す

考察

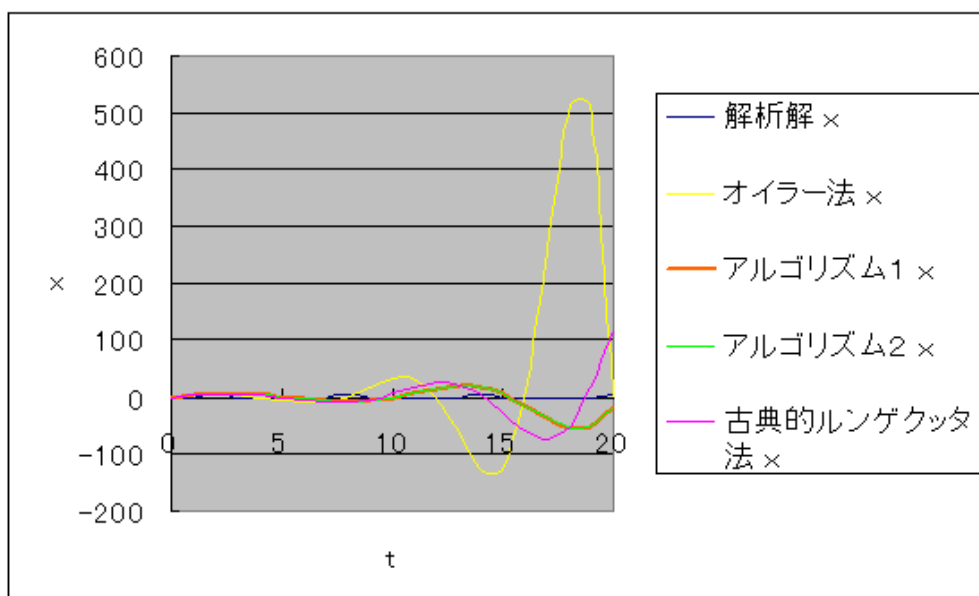


図 1: $h = 1$

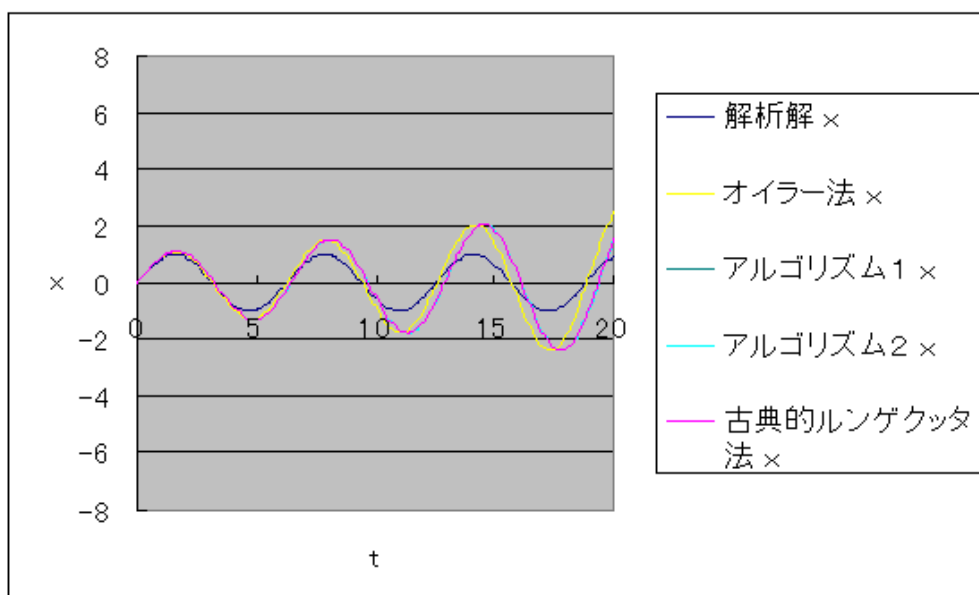


図 2: $h = 0.1$

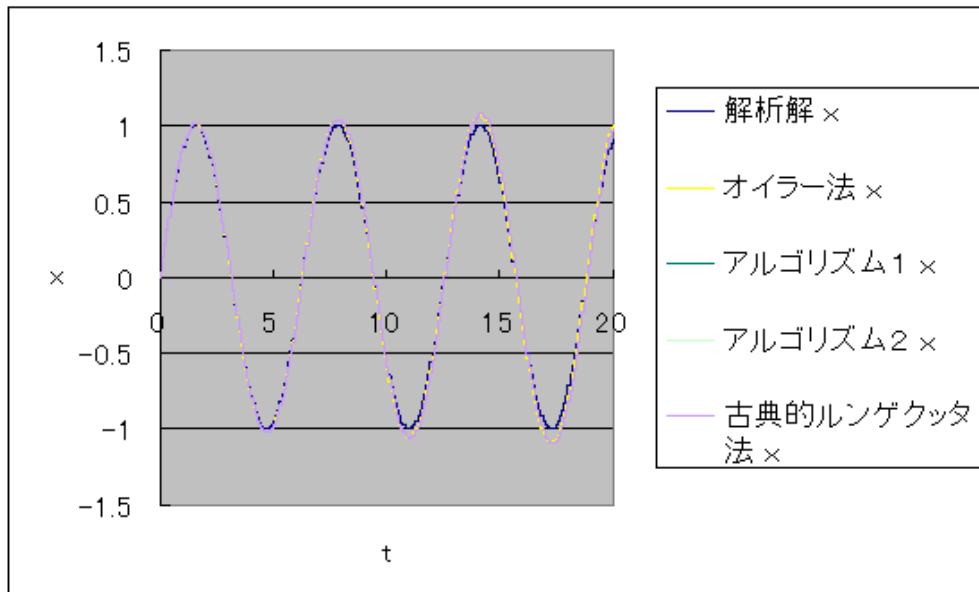


図 3: $h = 0.01$

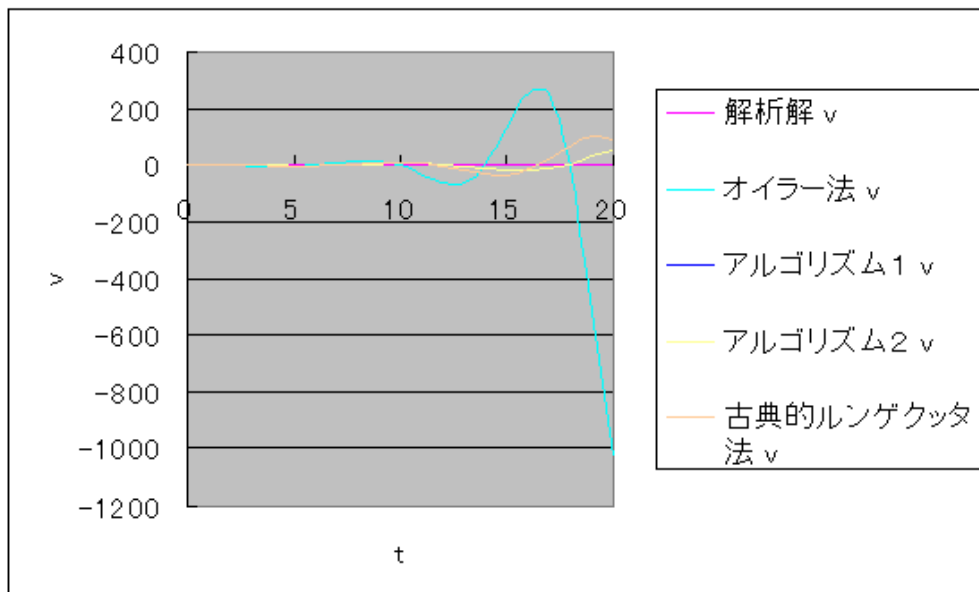


図 4: $h = 1$

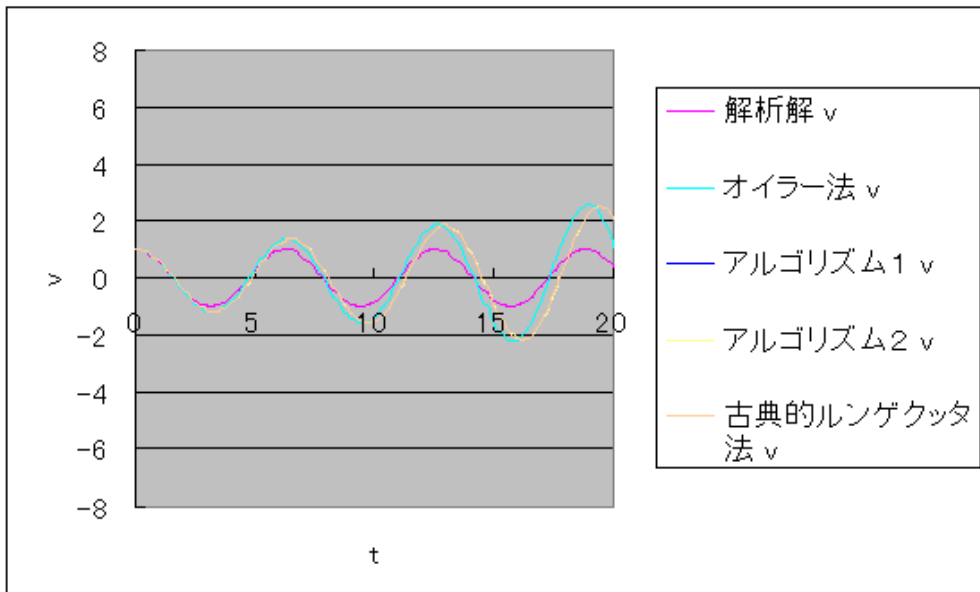


図 5: $h = 0.1$

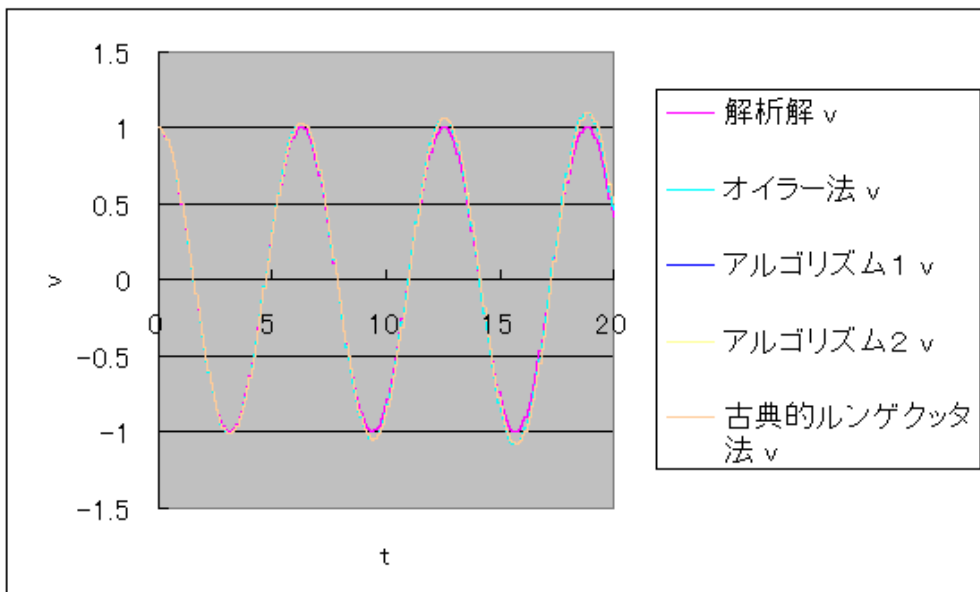


図 6: $h = 0.01$

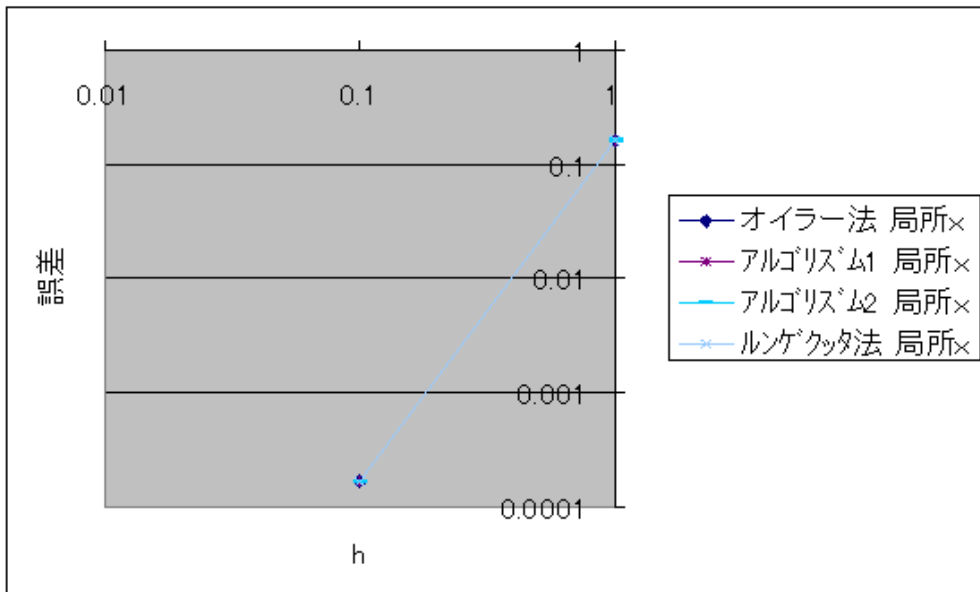


図 7: x の局所打ち切り誤差

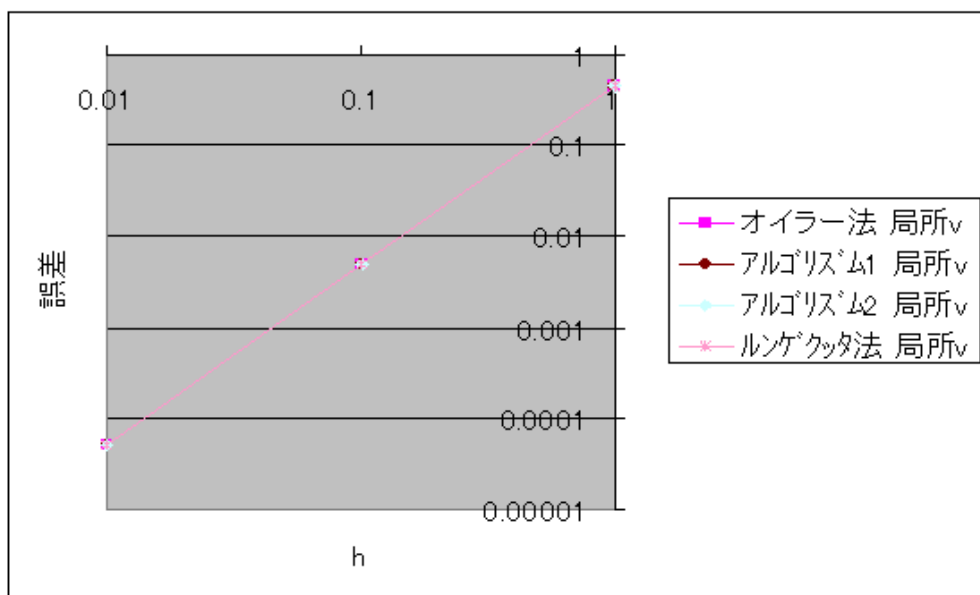


図 8: v の局所打ち切り誤差

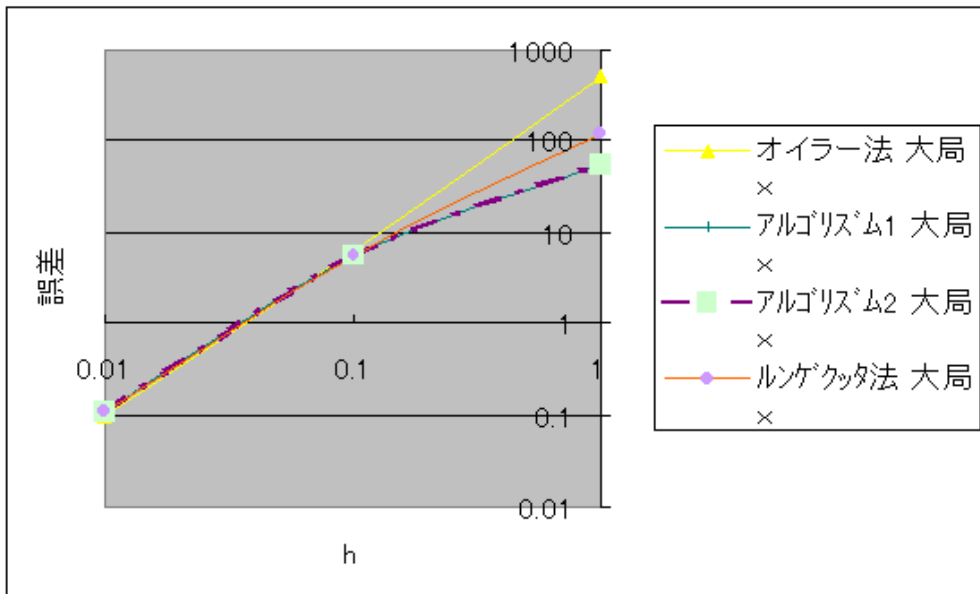


図 9: x の大局打ち切り誤差

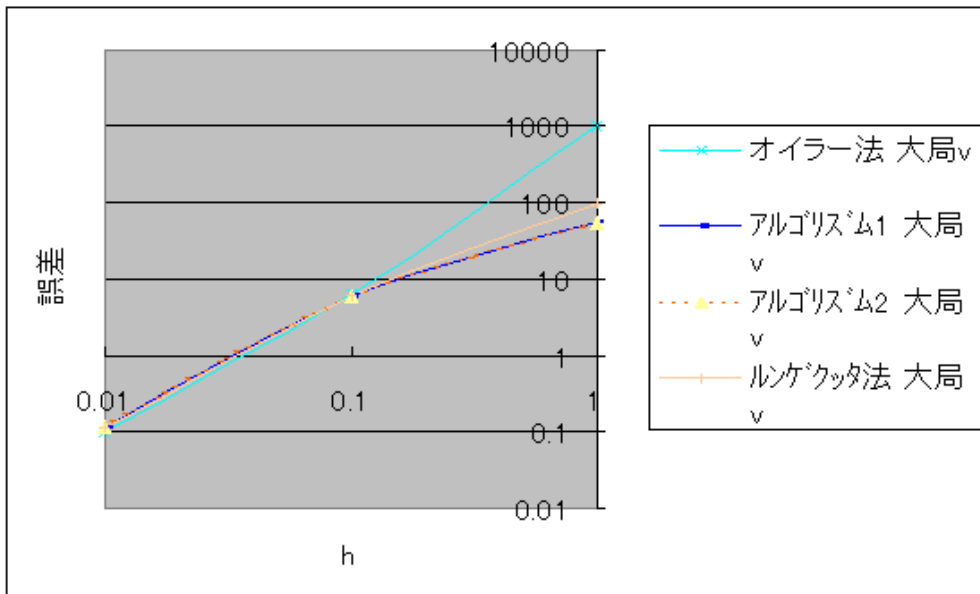


図 10: v の大局打ち切り誤差